

Aufnahmeprüfung BM1 2021

Mathematik

Lösungen

Allgemeine Hinweise für die Experten:

1. Die kleinste Bewertungseinheit ist ein halber Punkt (keine Viertelpunkte), gemäss Bewertungsschlüssel und Notenskala.
2. Für alle Aufgaben ist der Lösungsweg Bedingung für die Bewertung.
3. Grundlage der Prüfung sind Lehrplan und Lehrmittel der Aargauischen Sekundarschulen.
4. Um allen BM-Richtungen gerecht zu werden, hat die Prüfung Überhang: Note 6 für 25 von 30 Punkten.

Notenskala:

| Punkte | Note | Punkte | Note |
|--------|------|--------|------|
| 0 | 1 | 14.5 | 4 |
| 0.5 | 1 | 15 | 4 |
| 1 | 1 | 15.5 | 4 |
| 1.5 | 1.5 | 16 | 4 |
| 2 | 1.5 | 16.5 | 4 |
| 2.5 | 1.5 | 17 | 4 |
| 3 | 1.5 | 17.5 | 4.5 |
| 3.5 | 1.5 | 18 | 4.5 |
| 4 | 2 | 18.5 | 4.5 |
| 4.5 | 2 | 19 | 4.5 |
| 5 | 2 | 19.5 | 4.5 |
| 5.5 | 2 | 20 | 5 |
| 6 | 2 | 20.5 | 5 |
| 6.5 | 2.5 | 21 | 5 |
| 7 | 2.5 | 21.5 | 5 |
| 7.5 | 2.5 | 22 | 5 |
| 8 | 2.5 | 22.5 | 5.5 |
| 8.5 | 2.5 | 23 | 5.5 |
| 9 | 2.5 | 23.5 | 5.5 |
| 9.5 | 3 | 24 | 5.5 |
| 10 | 3 | 24.5 | 5.5 |
| 10.5 | 3 | 25-30 | 6 |
| 11 | 3 | | |
| 11.5 | 3 | | |
| 12 | 3.5 | | |
| 12.5 | 3.5 | | |
| 13 | 3.5 | | |
| 13.5 | 3.5 | | |
| 14 | 3.5 | | |

1. Terme vereinfachen**2 Punkte**

| | Lösungen | Punkte | Hinweise |
|--|--|-----------------------------|---------------------|
| | $(3x + 2)^2 - (5 - x)(x + 3)$ $9x^2 + 12x + 4 - (5x + 15 - x^2 - 3x)$ $9x^2 + 12x + 4 - (2x + 15 - x^2)$ $9x^2 + 12x + 4 - 2x - 15 + x^2$ $\underline{\underline{10x^2 + 10x - 11}}$ | 1 0.5 0.5 | je 0.5P pro Klammer |

2. Faktorisieren**2 Punkte**

| | Lösungen | Punkte | Hinweise |
|----|--|----------------|----------|
| a) | $15x^2 - 27xy - 12xz$ $\underline{\underline{3x(5x - 9y - 4z)}}$ | 1.0 | |
| b) | $n^3 - 19n^2 + 90n$ $n(n^2 - 19n + 90)$ $\underline{\underline{n(n - 9)(n - 10)}}$ | 0.5 0.5 | |

3. Gleichung auflösen**3.5 Punkte**

| | Lösungen | Punkte | Hinweise |
|--|---|---|---------------------|
| | $(x + 9)^2 = 28 + (x - 5)^2$ $x^2 + 18x + 81 = 28 + (x^2 - 10x + 25)$ $x^2 + 18x + 81 = 53 + x^2 - 10x \quad - x^2$ $18x + 81 = 53 - 10x \quad + 10x$ $28x + 81 = 53 \quad - 81$ $28x = -28 \quad :28$ $\underline{\underline{x = -1}}$ | 1 0.5 0.5 0.5 0.5 | je 0.5P für Klammer |

4. Gleichung auflösen

3 Punkte

| Lösungen | Punkte | Hinweise |
|--|--------|----------|
| $\frac{x-5}{4} - \frac{x-5}{8} = \frac{1}{8}$ | | |
| $\frac{2(x-5)}{8} - \frac{x-5}{8} = \frac{1}{8} \quad \cdot 8$ | 0.5 | |
| $2(x-5) - (x-5) = 1$ | 0.5 | |
| $2x - 10 - x + 5 = 1$ | 1 | |
| $x - 5 = 1 \quad + 5$ | 0.5 | |
| $\underline{\underline{x = 6}}$ | 0.5 | |

5. Bruch kürzen

2 Punkte

| Lösungen | Punkte | Hinweise |
|---|--------|--|
| $\frac{9x(3x+3y)}{6x+6y}$ | | |
| $\frac{27x(x+y)}{6(x+y)} \text{ oder } \frac{9x(3x+3y)}{2(3x+3y)}$ | 1 | |
| $\underline{\underline{\frac{9x}{2}}} \text{ oder } \underline{\underline{4.5x}}$ | 1 | Zahlen kürzen, Klammer kürzen Kürzen aus Summen ergibt 0P |

6. Prozentrechnen

4 Punkte

| Lösungen | Punkte | Hinweise |
|--|--------|--|
| Ansatz: 1. und 2. Pack je CHF 13.25 Ab dem 3. Pack je CHF $13.25 \cdot 0.8 = \text{CHF } 10.60$ Total: CHF 90.10 | 1 | Ansatz korrekt (inkl. korrekter Berechnung verbilligter Preis) |
| Gleichung: $2 \cdot 13.25 + x \cdot 10.6 = 90.1$ $26.5 + 10.6x = 90.1 \quad - 26.5$ $10.6x = 63.6 \quad : 10.6$ $x = 6$ | 1 | Gleichung korrekt |
| Anzahl 6er-Pack: 2 zum normalen Preis, 6 zum verbilligten Preis, also 8 Pack. | 0.5 | Korrekte Berechnung der Anzahl 6er-Pack |
| Anzahl Flaschen: $8 \cdot 6 \text{ Flaschen} = 48 \text{ Flaschen}$ | | Korrekte Berechnung der Anzahl Flaschen |
| Antwort: Rahel kauft <u>48 Flaschen</u> ein. | 0.5 | |

| | | |
|--|--|--|
| Alternative Lösung: Mittels Ausprobieren und vollständiger und korrekter Dokumentation der Überlegungen. (Volle Punktzahl) | | |
|--|--|--|

7. Textaufgabe

3.5 Punkte

| Lösungen | Punkte | Hinweise | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--------------|---|-----------|--------|------|-----|--------------|-----|-----|-----------------------------------|--------------|------|----------------------------------|--|--|-----|---|
| Ansatz: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 40%;">4er-Zelte</td> <td style="width: 40%;">6er-Zelte</td> </tr> <tr> <td>Anzahl</td> <td>$2x$</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>Schlafplätze</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Anzahl Schlafplätze pro Zeltsorte</td> <td>$4 \cdot 2x$</td> <td>$6x$</td> </tr> <tr> <td colspan="3">Total Schlafplätze insgesamt: 98</td> </tr> </table> | | 4er-Zelte | 6er-Zelte | Anzahl | $2x$ | x | Schlafplätze | 4 | 6 | Anzahl Schlafplätze pro Zeltsorte | $4 \cdot 2x$ | $6x$ | Total Schlafplätze insgesamt: 98 | | | 0.5 | Verhältnis zwischen der Anzahl Zeltsorten korrekt |
| | 4er-Zelte | 6er-Zelte | | | | | | | | | | | | | | | |
| Anzahl | $2x$ | x | | | | | | | | | | | | | | | |
| Schlafplätze | 4 | 6 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Anzahl Schlafplätze pro Zeltsorte | $4 \cdot 2x$ | $6x$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| Total Schlafplätze insgesamt: 98 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $4 \cdot 2x + 6x = 98$ $14x = 98 \quad : 14$ $x = 7$ | 0.5 | Anzahl Schlafplätze pro Zeltsorte korrekt | | | | | | | | | | | | | | | |
| Anzahl 4er-Zelte: $2 \cdot 7 = 14$ Antwort: Es hat <u>14 4er- und 7 6er-Zelte</u> . | 1 | Gleichung korrekt | | | | | | | | | | | | | | | |
| Alternative Lösung: Mittels Ausprobieren und vollständiger und korrekter Dokumentation der Überlegungen. (Volle Punktzahl) | 0.5 | Gleichung korrekt aufgelöst | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | Anzahl Zelte korrekt (je Zeltsorte 0.5P) | | | | | | | | | | | | | | | |

8. Wahrscheinlichkeit

1.5 Punkte

| Lösungen | Punkte | Hinweise |
|--|--------|--|
| Da jede Kugel wieder zurückgelegt wird und es von jeder Sorte gleich viele Kugeln hat, ist die Wahrscheinlichkeit für jeden Zug und jede Kugelsorte: $\frac{1}{2}$ bzw. $\frac{6}{12}$ | 0.5 | «Einzelwahrscheinlichkeit» korrekt |
| Es wird 4x mal mit derselben Wahrscheinlichkeit gezogen: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ bzw. $\frac{6}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{6}{12} = \frac{1}{16}$ bzw. 0.0625 | 0.5 | «Einzelwahrscheinlichkeiten» pro Zug mit sich selbst multipliziert |
| Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{16}$ bzw. 0.0625. Alternative Lösung auch über Dezimalzahlen. | 0.5 | Korrektes Resultat |

9. Blech

4 Punkte

| Lösungen | Punkte | Hinweise |
|---|--------|---|
| $A_{\text{Blech}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Kreisring}}$ oder $A_{\text{Blech}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{äusserer Kreis}} + A_{\text{innerer Kreis}}$ | 0.5 | Ansatz korrekt |
| <i>Fläche Quadrat:</i> $A_{\text{Quadrat}} = a \cdot a$ $= 12\text{cm} \cdot 12\text{cm}$ $= 144\text{cm}^2$ | 0.5 | Quadratfläche richtig berechnet, |
| <i>Fläche Kreisring</i> $= A_{\text{äusserer Kreis}} - A_{\text{innerer Kreis}}$ <i>A äusserer Kreis:</i> Radius $r_a = 6\text{cm}$ $A_a = r_a^2 \cdot \pi = (6\text{cm})^2 \cdot \pi = 113.097 \dots \text{cm}^2$ | 0.5 | Fläche richtig berechnet, auch korrekt: $A_a = 113.10\text{cm}^2$ |
| <i>A innerer Kreis:</i> Radius $r_i = r_a - d$ $= 6\text{cm} - 2.5\text{cm} = 3.5\text{cm}$ $A_i = r_i^2 \cdot \pi = (3.5\text{cm})^2 \cdot \pi = 38.484 \dots \text{cm}^2$ | 1.0 | 0.5 korrekter Radius, 0.5 Fläche richtig berechnet, auch korrekt: $A_i = 38.48\text{cm}^2$ |
| $A_{\text{Kreisring}} = A_a - A_i$ $= 113.097 \dots \text{cm}^2 - 38.484 \dots \text{cm}^2$ $= 74.612 \dots \text{cm}^2$ | 0.5 | Kreisringfläche korrekt berechnet, auch korrekt: $A_K = 74.62\text{cm}^2$ |
| $A_{\text{Blech}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Kreisring}}$ $= 144\text{cm}^2 - 74.612 \dots \text{cm}^2$ $= 69.387 \dots \text{cm}^2 = \underline{\underline{69.39\text{cm}^2}}$ | 1.0 | Blechfläche korrekt, 0.5 korrekt gerundet, 0.5 Einheit korrekt auch richtig: $A_B = 69.38\text{cm}^2$ Kein Abzug, falls bei Zwischenschritten Einheit fehlt |
| <i>Alternative:</i> $A_{\text{Blech}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{äusserer Kreis}} + A_{\text{innerer Kreis}}$ $= 144\text{cm}^2 - 113.097 \dots \text{cm}^2 + 38.484 \dots \text{cm}^2$ $= 69.387 \dots \text{cm}^2 = \underline{\underline{69.39\text{cm}^2}}$ | | |

10. Pyramide

4.5 Punkte

| | Lösungen | Punkte | Hinweise |
|----|--|--------|--|
| a) | Seitenlänge a der Grundfläche: Pythagoras $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 = h_s^2$ $\frac{a}{2} = \sqrt{h_s^2 - h^2} = \sqrt{(6.8cm)^2 - (6cm)^2}$ $= \sqrt{46.24cm^2 - 36cm^2} = \sqrt{10.24cm^2} = 3.2cm$ $\rightarrow a = 2 \cdot 3.2cm = \underline{\underline{6.4cm}}$ | 0.5 | Pythagoras richtig |
| b) | Kantenlänge s: Pythagoras $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h_s^2 = s^2$ $s = \sqrt{(3.2cm)^2 + (6.8cm)^2}$ $= \sqrt{10.24cm^2 + 46.24cm^2}$ $= \sqrt{56.48cm^2} = 7.515 \dots cm = \underline{\underline{7.5cm}}$ | 0.5 | Pythagoras richtig |
| | oder Berechnung via Diagonale d: $\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2 = s^2$ | 0.5 | Pythagoras korrekt |
| | Berechnung der Diagonalen d der Grundfläche: $a^2 + a^2 = d^2$ $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{(6.4cm)^2 + (6.4cm)^2}$ $= \sqrt{40.96cm^2 + 40.96cm^2}$ $= \sqrt{81.92cm^2} = 9.050 \dots cm = 9.1cm$ Kantenlänge s: $\frac{d}{2} = \frac{9.1cm}{2} = 4.55cm$ $s = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{(4.55cm)^2 + (6cm)^2}$ $= \sqrt{20.7cm^2 + 36cm^2} = \sqrt{56.7cm^2}$ $= 7.530 \dots cm = \underline{\underline{7.5cm}}$ | 1.0 | Auch korrekt: $\frac{d}{2} = 4.6cm$, Kantenlänge korrekt, Einheit korrekt; auch korrekt $s = 7.6cm$, falls mit gerundeter $\frac{d}{2} = 4.6cm$ gerechnet wurde |

Alternativ mit a = 6.6 cm:

$$\begin{aligned}
 s &= \sqrt{(3.3\text{cm})^2 + (6.8\text{cm})^2} \\
 &= \sqrt{10.89\text{cm}^2 + 46.24\text{cm}^2} \\
 &= \sqrt{57.13\text{cm}^2} = 7.558 \dots \text{cm} = \underline{\underline{7.6\text{cm}}}
 \end{aligned}$$

oder via Diagonale:

$$\begin{aligned}
 d &= \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{(6.6\text{cm})^2 + (6.6\text{cm})^2} \\
 &= \sqrt{43.56\text{cm}^2 + 43.56\text{cm}^2} \\
 &= \sqrt{87.12\text{cm}^2} = 9.333 \dots \text{cm} = 9.3\text{cm}
 \end{aligned}$$

Kantenlänge s:

$$\begin{aligned}
 s &= \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{(4.65\text{cm})^2 + (6\text{cm})^2} \\
 &= \sqrt{21.6225\text{cm}^2 + 36\text{cm}^2} = \sqrt{57.6225\text{cm}^2} \\
 &= 7.590 \dots \text{cm} = \underline{\underline{7.6\text{cm}}}
 \end{aligned}$$

c) *Volumen Pyramide:* $V = \frac{A \cdot h}{3}$

$$\begin{aligned}
 \text{Grundfläche: } A &= a \cdot a = 6.4\text{cm} \cdot 6.4\text{cm} \\
 &= 40.96\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{40.96\text{cm}^2 \cdot 6\text{cm}}{3} = \frac{245.76\text{cm}^3}{3} \\
 &= 81.92\text{cm}^3 = \underline{\underline{81.9\text{cm}^3}}
 \end{aligned}$$

Alternativ mit a = 6.6 cm:

$$\begin{aligned}
 \text{Grundfläche: } A &= a \cdot a = 6.6\text{cm} \cdot 6.6\text{cm} \\
 &= 43.56\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{43.56\text{cm}^2 \cdot 6\text{cm}}{3} = \frac{261.36\text{cm}^3}{3} \\
 &= 87.12\text{cm}^3 = \underline{\underline{87.1\text{cm}^3}}
 \end{aligned}$$

Auch korrekt:

$$\frac{d}{2} = 4.7\text{cm}$$

0.5

Ansatz korrekt

0.5

Korrekt berechnet,
auch korrekt: 41cm^2

1.0

Korrekt berechnet,
0.5 korrekt
gerundet,
0.5 Einheit korrekt
auch korrekt:
 82cm^3 , falls mit
gerundeter
Grundfläche
gerechnetAuch korrekt:
 87.2cm^3 , falls mit
gerundeter
Grundfläche
gerechnetKein Abzug,
falls bei
Zwischenschritten
Einheit fehlt