KANTON AARGAU

BM2

Aufnahmeprüfung BM2 2022

Mathematik

Lösungen

Allgemeine Hinweise für Expert*innen.

1. Die kleinste Bewertungseinheit ist ein halber Punkt (keine Viertelpunkte), gemäss Bewertungsschlüssel und Notenskala.
2. Für alle Aufgaben ist der Lösungsweg Bedingung für die Bewertung.
3. Grundlage der Prüfung sind Lehrplan und Lehrmittel der Aargauischen Sekundarschulen.
4. Um allen BM-Richtungen gerecht zu werden hat die Prüfung wiederum Überhang: Note 6 für 21 von 27 Punkten.

Februar 2022

Notenskala:

Punkte	Note
0	1
0.5	1
1	1
1.5	1
2	1
2.5	1.5
3	1.5
3.5	1.5
4	1.5
4.5	2
5	2
5.5	2
6	2
6.5	2.5
7	2.5
7.5	2.5
8	2.5
8.5	3
9	3
9.5	3
10	3
10.5	3.5
11	3.5
11.5	3.5
12	3.5

Punkte	Note
12.5	4
13	4
13.5	4
14	4
14.5	4
15	4.5
15.5	4.5
16	4.5
16.5	4.5
17	5
17.5	5
18	5
18.5	5
19	5.5
19.5	5.5
20	5.5
20.5	5.5
21 - 27	6

1. Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit als möglich. 2.0 Punkte

a) $(2a-3b)^2+2(ab+2b^2)$ (1.0 P)

$= 4a^2-12ab+9b^2+2ab+4b^2$ **(0.5 P)**

$= \underline{\underline{\boldsymbol{4a^2-10ab+13b^2}}}$ **(0.5 P)**

b) $\dfrac{2m^2-50}{m^2-10m+25}$ (1.0 P)

$= \dfrac{2(m^2-25)}{(m-5)\cdot(m-5)}$

$= \dfrac{2(m+5)\cdot(m-5)}{(m-5)\cdot(m-5)}$ **(0.5 P)**

$= \underline{\underline{\boldsymbol{\dfrac{2(m+5)}{(m-5)}}}}$ **(0.5 P)**

2. Zerlegen Sie den Term in ein Produkt mit möglichst vielen Faktoren. 1.0 Punkte

$3p^2 + 18pq + 27q^2$

$= 3 \cdot (p^2 + 6pq + 9q^2)$ **(0.5 P)**

$= \underline{\underline{\mathbf{3 \cdot (p + 3q)^2}}}$ **(0.5 P)**

3. Berechnen und vereinfachen Sie. 3.0 Punkte

a) $\dfrac{4a}{a+b} + \dfrac{a(4a-5b)}{a^2-b^2}$ (1.5 P)

$$= \frac{4a}{a+b} + \frac{a(4a-5b)}{(a+b)\cdot(a-b)}$$

$$= \frac{4a\cdot(a-b) + a(4a-5b)}{(a+b)\cdot(a-b)}$$ **(0.5 P)**

$$= \frac{4a^2-4ab+4a^2-5ab}{(a+b)\cdot(a-b)}$$ **(0.5 P)**

$$= \frac{8a^2-9ab}{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})}$$ **(0.5 P)**

b) $\dfrac{x^2-4y^2}{9a^2-4} \cdot \dfrac{3a+2}{x-2y}$ (1.5 P)

$$= \frac{(x+2y)\cdot(x-2y)\cdot(3a+2)}{(3a+2)\cdot(3a-2)\cdot(x-2y)}$$ **(Je 0.5 P für das Faktorisieren von Zähler und Nenner)**

$$= \frac{(\boldsymbol{x}+\mathbf{2}\boldsymbol{y})}{(\mathbf{3}\boldsymbol{a}-\mathbf{2})}$$ **(0.5 P)**

4. Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf. 3.0 Punkte

a) $(x+4)^2-(x+2)^2=5(x+3)$ (1.5 P)

$x^2+8x+16-x^2-4x-4=5x+15$ **(0.5 P)**

$4x+12=5x+15\ /-4x\ -15$ **(0.5 P)**

$\underline{\underline{\boldsymbol{x=-3}}}$ **(0.5 P)**

b) $\dfrac{5x+2}{7} + \dfrac{24-3x}{21} = \dfrac{20x+24}{28}$ (1.5 P)

$\dfrac{5x+2}{7} + \dfrac{3\cdot(8-x)}{21} = \dfrac{4\cdot(5x+6)}{28}$ **(0.5 P)**

$\dfrac{5x+2}{7} + \dfrac{(8-x)}{7} = \dfrac{(5x+6)}{7} \quad /\cdot 7 \qquad HN: 7$ **(0.5 P)**

$5x+2+8-x = 5x+6$

$4x+10 = 5x+6 \quad / -4x-6$

$\underline{\underline{\boldsymbol{x=4}}}$ **(0.5 P)**

5. Wandeln Sie die gegebenen Grössen ohne zu runden in die gesuchten Einheiten um. 3.0 Punkte
Geben Sie das Resultat der ersten 5 Grössen als Dezimalzahl an (z. Bsp. 23.4 kg).
Geben Sie die Zeit in ganzen Stunden, Minuten und Sekunden an. **(jeweils 0.5 P)**

	Gegebene Grösse	**Grösse in der gesuchten Einheit**
Fläche	$0.000157\ ha$	$\mathbf{157\ dm^2}$
Volumen	$27'500\ ml$	$\mathbf{275\ dl}$
Masse	$501'000\ g$	$\mathbf{0.501\ t}$
Geschwindigkeit	$72\ km/h$	$\mathbf{20\ m/s}$
Dichte	$13.5\ g/cm^3$	$\mathbf{13'500\ kg/m^3}$
Zeit	$1.58\ h$	$\mathbf{1\ h\ 34\ min\ 48\ s}$

6. Es werden 5 Liter eines 80%igen Alkohols mit 3 Litern eines 50%igen Alkohols gemischt. Welchen Alkoholgehalt in % hat die Mischung? 1.5 Punkte

x : Alkoholgehalt

V: Volumen, c: Konzentration

$V_1 \cdot c_1 + V_2 \cdot c_2 = (V_1 + V_2) \cdot c_{Mischung}$

$5 \cdot 0.80 + 3 \cdot 0.50 = (5 + 3) \cdot x$ **(0.5 P)**

$4 + 1.5 = 8x$

$5.5 = 8x$ /:8

$\boldsymbol{x = 0.6875}$ **(0.5 P)**

68.75 % **(Interpretation Erg. 0.5 P)**

7. Die Summe zweier Zahlen ist 20. Multipliziert man die eine Zahl mit 15 und die andere mit 11, so beträgt die Summe dieser Produkte 248. Bestimmen Sie das Produkt der beiden Zahlen. 2.0 Punkte

Zahl 1 : x

Zahl 2 : 20 - x

Summe : 20 **(0.5 P)**

Also gilt folgende Gleichung:

$15 \cdot x + (20 - x) \cdot 11 = 248$ **(0.5 P)**

$15x + 220 - 11x = 248$

$4x = 28 \quad /:7$

$\boldsymbol{x = 7}$

$\mathbf{20 - 7 = 13}$ **(0.5 P)**

$7 \cdot 13 = 91$

Produkt: 91 **(Interpretation Erg. 0.5 P)**

8. Ein Hotel verfügt über 75 Einzel- und Doppelzimmer. In diesen sind gesamthaft 135 Betten vorhanden. 2.0 Punkte
Berechnen Sie die Anzahl Einzel- und Doppelzimmer im Hotel.

Zimmer mit zwei Betten: x

Zimmer mit einem Bett: 75 – x **(0.5 P)**

Betten: 135

Also gilt folgende Gleichung:

$2\mathrm{x} + (75 - \mathrm{x}) = 135$ **(0.5 P)**

$2\mathrm{x} + 75 - \mathrm{x} = 135$

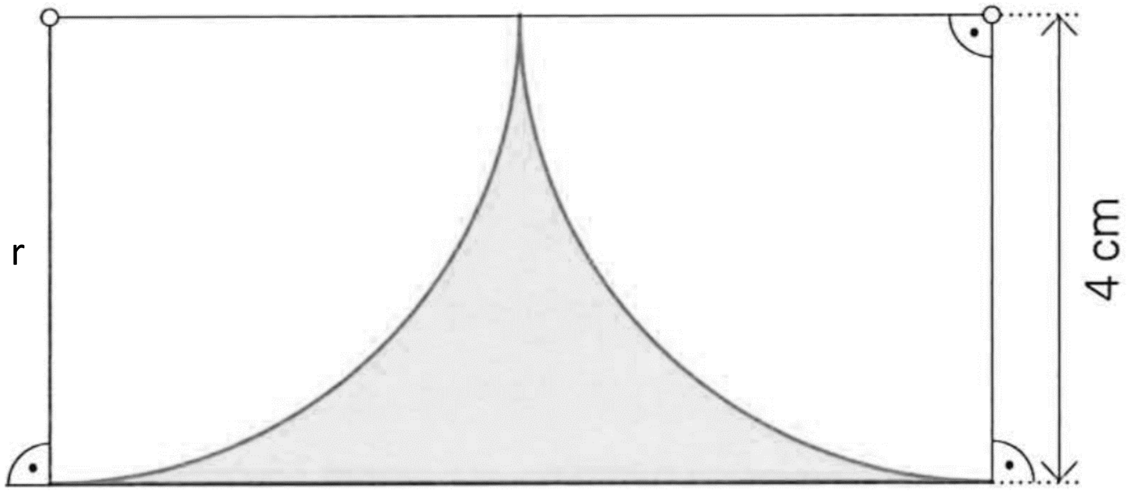
$\mathrm{x} + 75 = 135 \qquad / - 75$

$x = 60$ **(0.5 P)**

Somit gilt:

Zimmer mit zwei Betten: 15 und Zimmer mit einem Bett: 60 **(Interpretation Erg. 0.5 P)**

9. Berechnen Sie die Fläche der grauen Figur. 1.5 Punkte



Allgemein:

A(grau): A, A(Rechteck): A_1 , A(Viertelkreis): A_2

$\mathrm{A} = A_1 - 2 \cdot A_2$

$A_1 = \mathrm{l} \cdot \mathrm{b}$

$2 \cdot A_2 = 2 \cdot \frac{\mathrm{r}^2 \cdot \pi}{4} = \frac{\mathrm{r}^2 \cdot \pi}{2}$

Mit Zahlen:

Breite b: 4 cm

Länge l: 2 · 4 cm = 8 cm

Die Breite b entspricht dem Radius der Viertelkreise.

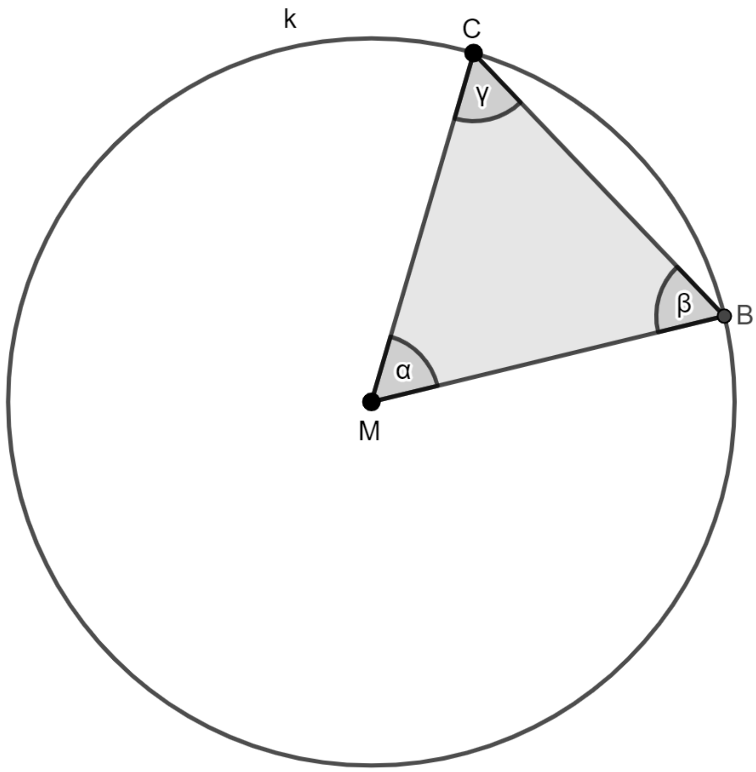
$A_1 = 4\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 32\text{ cm}^2$ **(0.5 P)**

$2 \cdot A_2 = 2 \cdot \frac{(4\text{ cm})^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(4\text{ cm})^2 \cdot \pi}{2} = 8\pi\text{ cm}^2 \approx 25.1\text{ cm}^2$ **(0.5 P)**

$\mathrm{A} = 32\text{ cm}^2 - 25.1\text{ cm}^2 \approx 6.87\text{ cm}^2$

$\underline{\underline{\boldsymbol{A \approx 6.87\ cm^2}}}$ **(0.5 P)**

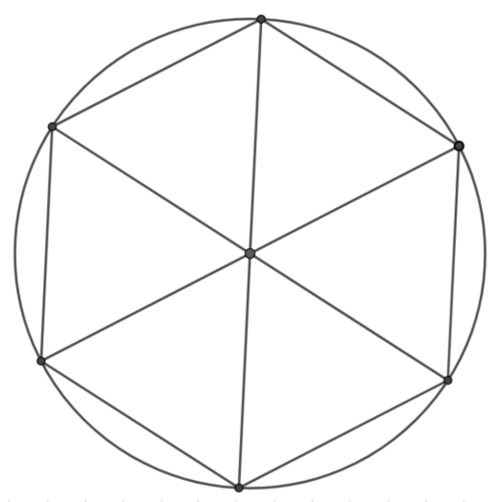
10. Gegeben sei der Kreis k mit dem Mittelpunkt M und die Strecke $\overline{BC}$ = 10 cm. Das Dreieck MBC ist gleichseitig. 3.5 Punkte



a) Bestimmen Sie alle Winkel des Dreiecks MBC. (0.5 P)
b) Wie viele zum Dreieck MBC kongruente Dreiecke passen ohne Überlappung in den Kreis k? (0.5 P)
c) Berechnen Sie den Umfang des Kreises k. (1.0 P)
d) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks MBC. (1.5 P)

a) **Da gleichseitiges Dreieck**: $\boldsymbol{\alpha = \beta = \gamma = 60°}$ **(0.5 P)**

b) **6 zum Dreieck MBC kongruente Dreiecke** **(0.5 P)**



c) Es gilt:

$r = \overline{BC}$

$U = 2 \cdot r \cdot \pi$ **(0.5 P)**

$U = 2 \cdot 10\text{ cm} \cdot \pi$

$\underline{\underline{\mathbf{U \approx 62.83\ cm}}}$ **(0.5 P)**

d) $\mathbf{Fläche(Dreieck): A, \quad Grundseite: s, \quad Höhe: h}$

$A = \frac{s \cdot h}{2}$

$s = 10\text{ cm}$

$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2}$

$h = \sqrt{(10\text{ cm})^2 - \left(\frac{10\text{ cm}}{2}\right)^2}$ **(0.5 P)**

$h = \sqrt{75}\text{cm} \approx 8.66\text{ cm}$

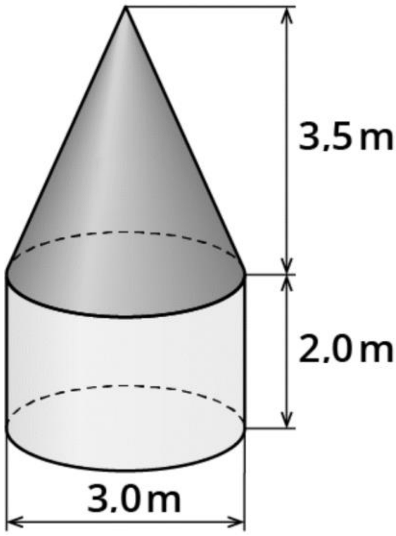
$A = \frac{10\text{ cm} \cdot 8.66\text{ cm}}{2}$ **(0.5 P)**

$\underline{\underline{\mathbf{A \approx 43.30\ cm^2}}}$ **(0.5 P)**

11. Der unten abgebildete Turm setzt sich aus einem Zylinder und einem Kegel zusammen. Berechnen Sie das Volumen dieses Turms. 2.0 Punkte

Das Volumen eines Kegels wird wie folgt berechnet:

$V = \frac{r^2 \pi h}{3}$



Allgemein:

Volumen(Turm): V, Volumen(Zylinder): V_1 , Volumen(Kegel): V_2

$\mathrm{V} = V_1 + V_2$

$V_1 = \mathrm{r}^2 \pi \mathrm{h}$

$V_2 = \frac{\mathrm{r}^2 \cdot \pi \cdot \mathrm{H}}{3}$

$\mathrm{V} = \mathrm{r}^2 \cdot \pi \cdot \mathrm{h} + \frac{\mathrm{r}^2 \cdot \pi \cdot \mathrm{H}}{3}$

Mit Zahlen:

$\mathrm{r} = 1.5 \mathrm{~m}$

$\mathrm{h} = 2.0 \mathrm{~m}$

$\mathrm{H} = 3.5 \mathrm{~m}$

$V_1 = (1.5 \mathrm{~m})^2 \cdot \pi \cdot 2.0 \mathrm{~m} = 14.14 \mathrm{~m}$ **(0.5 P)**

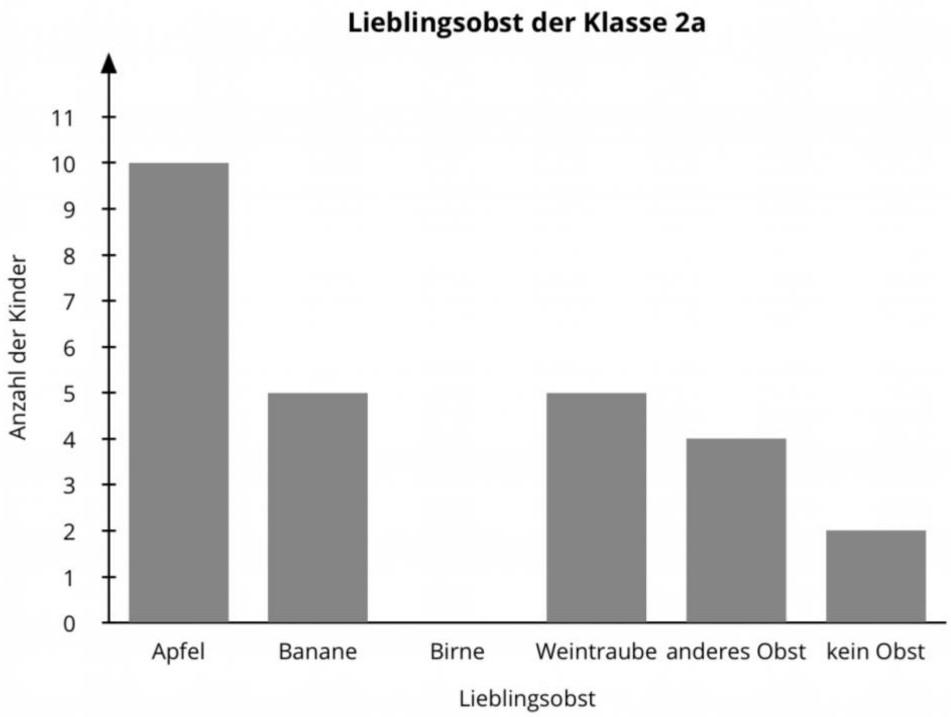
$V_2 = \frac{(1.5 \mathrm{~m})^2 \cdot \pi \cdot 3.5 \mathrm{~m}}{3} = 8.25\, m$ **(0.5 P)**

$V = (1.5\ \mathrm{m})^2 \cdot \pi \cdot 2.0\ \mathrm{m} + \frac{(1.5\ \mathrm{m})^2 \cdot \pi \cdot 3.5\ \mathrm{m}}{3}$ **(0.5 P)**

$V = \frac{57\pi}{8}\ \mathrm{m}^3$

$\underline{\underline{\mathbf{V \approx 22.38\ m^3}}}$ **(0.5 P)**

12. In einer Primarschule im Kanton Aargau wurden in den Klassen Umfragen zum Lieblingsobst in der Morgenpause durchgeführt. 2.5 Punkte
Das folgende Balkendiagramm zur Umfrage wurde in der Klasse 2a erhoben. Die Klasse umfasst 26 Kinder.



a) Von wie vielen Kindern ist die Weintraube das Lieblingsobst? (0.5 P)
b) Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Kinder, welche kein Lieblingsobst haben. (1.0 P)
c) Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Kinder, welche den Apfel als Lieblingsobst präferieren, falls ein zusätzliches Kind an der Umfrage teilnehmen würde und dieses kein Lieblingsobst hat. (1.0 P)

a) $\underline{\underline{\textbf{Kinder(Weintraube)} = \mathbf{5}}}$ **(0.5 P)**

b) $\textbf{Kinder(kein Obst)} = \mathbf{2}$

$\text{Kinder} = 26$

$\text{Kinder(kein Obst in \%)} = 100 \cdot \frac{\text{Kinder(kein Obst)}}{\text{Kinder}}$ **(0.5 P)**

$\text{Kinder(kein Obst in \%)} = 100 \cdot \frac{2\ \text{Kinder}}{26\ \text{Kinder}}$

$\underline{\underline{\textbf{Kinder(kein Obst in \%)} \approx \mathbf{7.69}\ \%}}$ **(0.5 P)**

c) $\text{Kinder}(\text{Apfel}) = 10$

$\text{Kinder}^* = 26 + 1 = 27$

$\text{Kinder}(\text{Apfel in }\%) = 100 \cdot \frac{\text{Kinder}(\text{Apfel})}{\text{Kinder}*}$ **(0.5 P)**

$\text{Kinder}(\text{Apfel in }\%) = 100 \cdot \frac{10\text{ Kinder}}{27\text{ Kinder}}$

$\underline{\underline{\textbf{Kinder}(\textbf{Apfel in }\%) \approx \mathbf{37.00}\ \%}}$ **(0.5 P)**

Notizen

Notizen