

BM2

Aufnahmeprüfung BM2 2025

Mathematik

Lösungen

Allgemeine Hinweise für Expert*innen.

1. Die kleinste Bewertungseinheit ist ein halber Punkt (keine Viertelpunkte), gemäss Bewertungsschlüssel und Notenskala.
2. Für alle Aufgaben ist der Lösungsweg Bedingung für die Bewertung.
3. Grundlage der Prüfung sind Lehrplan und Lehrmittel der Aargauischen Sekundarschulen.
4. Um allen BM-Richtungen gerecht zu werden hat die Prüfung wiederum Überhang: Note 6 für 20 von 25 Punkten.
5. Punkte für alternative Lösungswege nach eigenem Ermessen vergeben.

Notenskala:

Punkte	Note	Punkte	Note
0	1.0	12.0	4.0
0.5	1.0	12.5	4.0
1.0	1.0	13.0	4.0
1.5	1.5	13.5	4.0
2.0	1.5	14.0	4.5
2.5	1.5	14.5	4.5
3.0	1.5	15.0	4.5
3.5	2.0	15.5	4.5
4.0	2.0	16.0	5.0
4.5	2.0	16.5	5.0
5.0	2.0	17.0	5.0
5.5	2.5	17.5	5.0
6.0	2.5	18.0	5.5
6.5	2.5	18.5	5.5
7.0	2.5	19.0	5.5
7.5	3.0	19.5	5.5
8.0	3.0	20 – 25	6.0
8.5	3.0		
9.0	3.0		
9.5	3.5		
10.0	3.5		
10.5	3.5		
11.0	3.5		
11.5	3.5		

Februar 2025

1. Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

3.0 Punkte

a) Vereinfachen Sie durch Ausmultiplizieren und Zusammenfassen.

(1.0 P)

$$2(x - (-4 + x) + 3)$$

$$2(x + 4 - x + 3)$$

(0.5 P)

$$\underline{14}$$

(0.5 P)

b) Vereinfachen Sie durch Ausmultiplizieren und Zusammenfassen.

(1.0 P)

$$(2x - 5y)^2 - (3x + 2y)^2$$

$$4x^2 - 20xy + 25y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2$$

(0.5 P)

$$\underline{\underline{-5x^2 - 32xy + 21y^2}}$$

(0.5 P)

c) Vereinfachen Sie durch Faktorisieren und Kürzen.

(1.0 P)

$$\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 16}$$

$$\frac{(x-4) \cdot (x-4)}{(x+4) \cdot (x-4)}$$

(0.5 P)

$$\frac{x-4}{x+4}$$

(0.5 P)

2. Formen Sie zu einem Produkt mit möglichst vielen Faktoren um.

1.0 Punkte

$$75x^2 + 30xy + 3y^2$$

$$3 \cdot (25x^2 + 10xy + y^2)$$

(0.5 P)

$$\underline{3 \cdot (5x + y)^2}$$

(0.5 P)

3. Lösen Sie die folgenden Aufgaben zum Thema «Brüche».

2.5 Punkte

a) Fassen Sie die Brüche zusammen und kürzen Sie.

(1.5 P)

$$\frac{10}{x^2 - 1} + \frac{5}{x + 1}$$

$$\frac{10}{(x+1)(x-1)} + \frac{5}{x+1} \rightarrow HN: (x+1)(x-1) \quad (0.5P)$$

$$\frac{10}{(x+1)(x-1)} + \frac{5(x-1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{10+5x-5}{(x+1)(x-1)} = \frac{5x+5}{(x+1)(x-1)} = \frac{5(x+1)}{(x+1)(x-1)} \quad (0.5P)$$

$$\frac{5}{x-1} \quad (0.5P)$$

b) Multiplizieren Sie aus und fassen Sie zusammen.

(1P)

$$\frac{2}{a} \left(\frac{3a}{2} + \frac{6a}{3} \right)$$

$$\frac{2}{a} \left(\frac{3a}{2} + \frac{6a}{3} \right) \text{ auf HN} = 6 \text{ erweitern oder kürzen und auf HN} = 2 \text{ erweitern}$$

$$\frac{2}{a} \left(\frac{3a}{2} + \frac{4a}{2} \right) = \frac{2}{a} \left(\frac{3a+4a}{2} \right) = \frac{2}{a} \left(\frac{7a}{2} \right) \quad (0.5P)$$

$$\frac{2}{a} \cdot \frac{7a}{2} = \underline{\underline{7}} \quad (0.5P)$$

4. Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf.

3.0 Punkte

a) $3x \cdot (3x - 4) + (2 + 4x)^2 = 25x^2 + 16$

(1.5 P)

$$9x^2 - 12x + 4 + 16x + 16x^2 = 25x^2 + 16$$

(0.5 P)

$$4x + 4 = 16$$

$$/-4$$

(0.5 P)

$$4x = 12$$

$$/:4$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

(0.5 P)

b) $\frac{2x-4}{5} + \frac{x}{2} = \frac{10x-12}{10}$

(1.5 P)

$$\frac{2x-4}{5} + \frac{x}{2} = \frac{10x-12}{10} \quad HN: 10$$

$$2 * (2x - 4) + 5x = 10x - 12 \quad (0.5P)$$

$$4x - 8 + 5x = 10x - 12$$

$$9x - 8 = 10x - 12 \quad / -9x + 8 \quad (0.5P)$$

$$\underline{\underline{x = 4}} \quad (0.5P)$$

5. Wandeln Sie die gegebenen Grössen, ohne zu runden in die gesuchten Einheiten um. 3.0 Punkte

Geben Sie das Resultat der ersten 5 Grössen als Dezimalzahl an (z. Bsp. 23.4 kg).

Geben Sie die Zeit in ganzen Stunden, Minuten und Sekunden an.

	Gegebene Grösse	Grösse in der gesuchten Einheit
Fläche	0.00256 m^2	25.6 cm^2
Volumen	52.0 hl	5.2 m^3
Masse	$35'700'000 \text{ mg}$	0.0357 t
Geschwindigkeit	24.0 m/s	86.4 km/h
Dichte	998 kg/cm^3	$998'000 \text{ g/cm}^3$
Zeit	3.155 h	$3 \text{ h } 9 \text{ min } 18 \text{ s}$



6. Wenn Sie das Fünffache einer Zahl x von 100 subtrahieren, 1.5 Punkte
erhalten Sie 12 mehr als das Dreifache der Zahl. Bestimmen Sie die Zahl x .

Gleichung:

$$100 - 5x = 3x + 12$$

(0.5P)

$$88 = 8x$$

(0.5P)

$$\underline{\underline{x = 11}}$$

(0.5P)

7. Wie viel Kilogramm Schokolade mit einem Preis von CHF 12 pro Kilogramm muss mit 10 Kilogramm Schokolade, die CHF 9 pro Kilogramm kostet, gemischt werden, damit die Mischung insgesamt CHF 10 pro Kilogramm kostet? 2.0 Punkte

Gleichung:

$$12x + 10 \cdot 9 = 10 \cdot (x + 10) \quad (0.0 \text{ P})$$

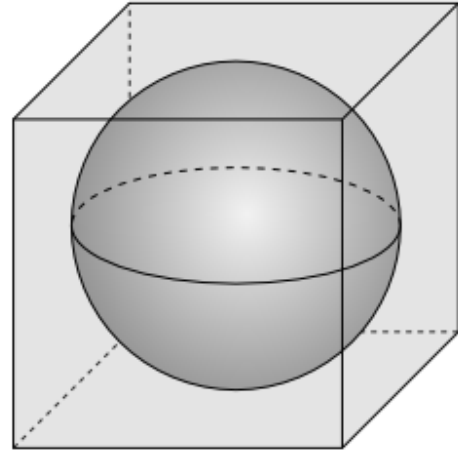
$$12x + 90 = 10x + 100 \quad / \quad -10x - 90 \quad (0.5 \text{ P})$$

$$2x = 10 \quad / \quad : 2$$

$$x = 5 \quad (0.5 \text{ P})$$

5 kg Schokolade von 12 CHF pro Kg (0.5 P)

8. Gegeben sei eine Kugel mit einem Radius von 6 cm, die in einem Würfel eingeschrieben ist. Die Kugel berührt jeweils die sechs Flächen des Würfels mittig. 2.0 Punkte
- a) Berechnen Sie den Umfang der Kugel. (0.5 P)
- b) Berechnen Sie die Oberfläche des Würfels. (0.5 P)
- c) Berechnen Sie die Raumdiagonale des Würfels. (1.0 P)



a)

$$U = 2r\pi$$

$$U = 2 \cdot 6\text{cm} \cdot \pi$$

$$U = (12\pi)\text{cm}$$

$$\underline{\underline{U \approx 37.70\text{cm}}}$$

(0.5P)

b)

Kantenlänge a

$$a = 2r$$

$$a = 12\text{cm}$$

$$A = 6a^2$$

$$A = 6 \cdot (12\text{cm})^2$$

$$\underline{\underline{A = 864\text{cm}^2}}$$

(0.5P)

c)

$$\text{Diagonale(Fläche)} = d' = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$d' = 12\text{cm} \cdot \sqrt{2}$$

$$d' \approx 16.97\text{cm}$$

(0.5P)

$$\text{Raumdiagonale(Würfel)} = d = \sqrt{a^2 + (d')^2}$$

$$d = \sqrt{(12\text{cm})^2 + (16.97\text{cm})^2}$$

$$\underline{\underline{d \approx 20.78\text{ cm}}}$$

(0.5P)

Alternative :

$$d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

(0.5P)

$$d = 12\text{cm} \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{d \approx 20.78\text{ cm}}}$$

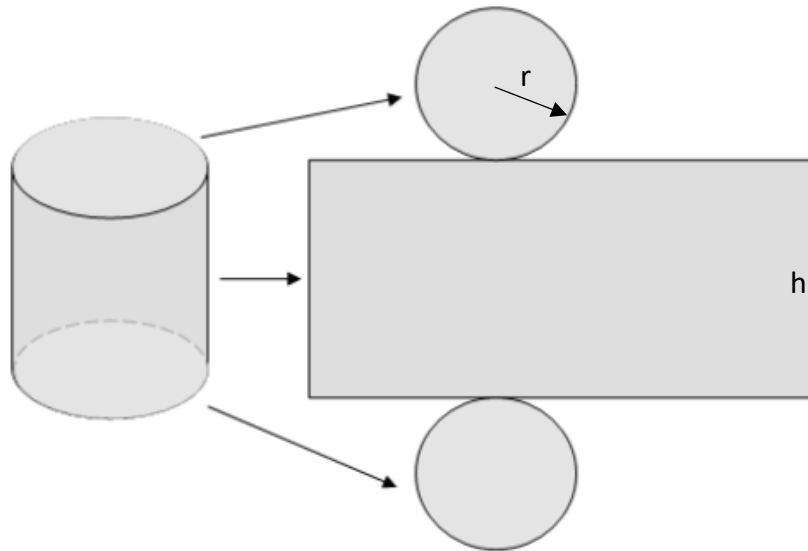
(0.5P)

9. In der unteren Abbildung ist die Abwicklung eines Zylinders zu sehen.

2.5 Punkte

Gegeben seien der Radius $r = 4 \text{ cm}$ und die Höhe $h = 7 \text{ cm}$.

- a) Berechnen Sie das Volumen V des Kreiszylinders. (0.5 P)
 b) Berechnen Sie die Fläche A der Abwicklung. (1.0 P)
 c) Ein zylinderförmiger Becher mit den obigen Angaben wird zu 85% mit Wasser gefüllt. Wie hoch steht der Wasserspiegel im Zylinder? (1.0 P)



a)

$$Volumen = r^2 \pi h$$

$$Volumen = (4\text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 7\text{cm}$$

$$Volumen = 112\pi$$

$$\underline{\underline{Volumen \approx 351.86\text{cm}^2}} \quad (0.5\text{P})$$

b)

$$A = 2r^2\pi + 2r\pi h \quad (0.5\text{P})$$

$$A = 2 \cdot (4\text{cm})^2 \cdot \pi + 2 \cdot 4\text{cm} \cdot \pi \cdot 7\text{cm}$$

$$A = (88\pi)\text{cm}^2$$

$$\underline{\underline{A \approx 276.46\text{cm}^2}} \quad (0.5\text{P})$$

c)

$$Volumen(85\%) = 0.85 \cdot r^2 \pi h$$

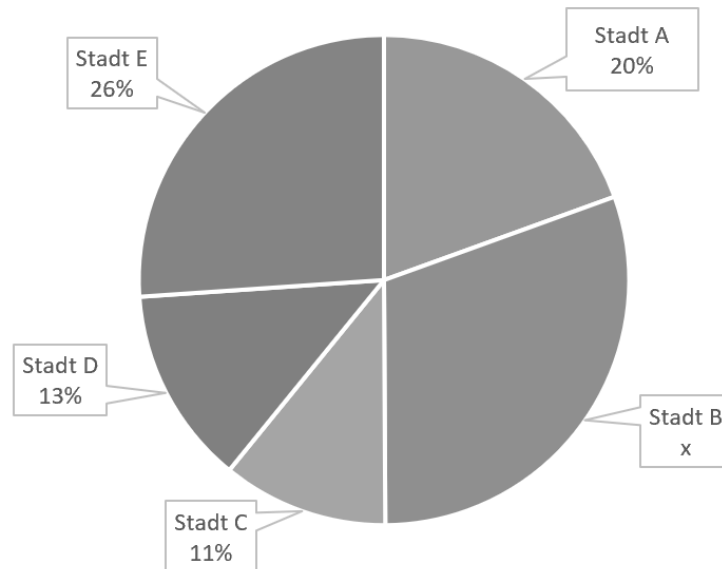
$$r \text{ bleibt konstant, also } h' = 0.85 \cdot h \quad (0.5\text{P})$$

$$h' = 0.85 \cdot 7\text{cm}$$

$$\underline{\underline{h' = 5.95 \text{ cm}}}$$

10. Im unten abgebildeten Kreisdiagramm sind die prozentualen, 2.5 Punkte
relativen Mengen an EinwohnerInnen von fünf Städten A bis E zu sehen. Lösen Sie
die Aufgaben a) bis d) unabhängig voneinander.

EinwohnerInnen in den Städten A bis E



- a) Bestimmen Sie den prozentualen Anteil an EinwohnerInnen für die Stadt B. (0.5 P)
b) Wie viele Personen leben in der Stadt E, falls in allen Städten zusammen 115'000 EinwohnerInnen leben. (0.5 P)
c) Wie viele Personen leben in allen Städten zusammen, falls in der Stadt D 26'000 EinwohnerInnen leben? (0.5 P)
d) Welcher Winkel müsste für eine Stadt M in einem Kreisdiagramm gewählt (1.0 P) werden, falls in der Stadt 30'000 Personen leben und in allen Städten zusammen 75'000 EinwohnerInnen leben würden?

a)

$$100\% - 20\% - 11\% - 13\% - 26\% - x$$

$$\underline{\underline{x = 30\%}}$$

(0.5P)

b)

$$\text{Anzahl}(E) = 115'000 \cdot 0.26$$

$$\underline{\underline{\text{Anzahl}(E) = 29'900 \text{ EinwohnerInnen}}}$$

(0.5P)

c)

$$\text{Anzahl(gesamt)} = \frac{26'000}{0.13}$$

$$\underline{\underline{\text{Anzahl}(E) = 200'000 \text{ EinwohnerInnen}}}$$

(0.5P)

d)

$$\text{Relativer Anteil} = \frac{30'000 \text{ EinwohnerInnen}}{75'000 \text{ EinwohnerInnen}} = 0.40$$

(0.5P)

$$\text{Winkel} = 0.40 \cdot 360^\circ$$

$$\underline{\underline{\text{Winkel} = 144^\circ}}$$

(0.5P)

Für die folgenden Aufgaben gilt:

- Es können mehrere Antworten richtig sein.
- Pro Aufgabe gibt es pro Fehler 0.5 Punkte Abzug.
- Es werden keine negativen Punkte verteilt.

11. Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an.

1.0 Punkte

- ☐ Bei jedem Rechteck handelt es sich gleichzeitig um ein Quadrat.
- ☐ Wird die Fläche eines Kreises verdoppelt, so verdoppelt sich auch dessen Radius.
- ☐ Bei einem Quader sind alle Kanten gleich lang.
- ☐ Der Betrag des Umfangs eines Rechtecks ist immer grösser als dessen Fläche.
- ☒ Bei einem gleichseitigen Dreieck sind alle Winkel gleich gross.

12. Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an.

1.0 Punkte

- ☒ Es gilt allgemein: $(-a)^2 = a^2$.
- ☒ Das Ergebnis von $\frac{0}{5}$ ergibt 0.
- ☒ Falls eine Zahl durch 9 teilbar ist, so ist sie auch durch 3 teilbar.
- ☐ Ein Term x ist immer kleiner als der Term $2x$, unabhängig davon, welchen Wert x annimmt.
- ☐ Die Summe zweier ungeraden Zahlen ist stets ungerade.